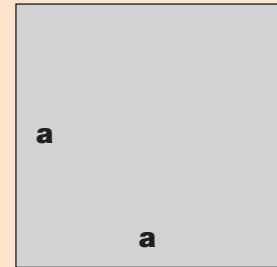


Umformung durch Ziehen der Wurzel

Bauer Weide will ein quadratisches Grundstück mit einer Fläche von 121 m^2 umzäunen. Um auszurechnen, wie viel Meter Zaun er benötigt, muss der Bauer zuerst einmal errechnen, wie lang eine Seite des Grundstücks ist.

Hierzu benutzt er die Formel für den Flächeninhalt von Quadraten: $F = a^2$.



$$F = a \cdot a = a^2$$

$$U = a + a + a + a = 4a$$

Bauer Weide stellt also die folgende Gleichung auf:

$$a^2 = 121 \quad | \quad \sqrt{\quad} \quad \text{Jetzt zieht er auf beiden Seiten die Wurzel}$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{121}$$

$$a = 11$$

Eine Seite des Grundstücks ist 11 m lang!

Probe:

$$11^2 \stackrel{?}{=} 121$$

$$121 \stackrel{?}{=} 121 \quad \checkmark$$

Bauer Weide hat richtig gerechnet! Nach der Formel für den Umfang:

$U = 4a$, rechnet er weiter aus, dass er $4 \cdot 11 \text{ m}$, also 44 m Zaun benötigt.

Wichtig!

Sie erinnern sich: Potenzen mit geraden Exponenten liefern aus einer positiven wie auch aus einer negativen Basis den selben Wert. Entsprechend liefert die Umkehrung, also das Wurzelziehen mit geradem Wurzelexponenten einen positiven **oder** einen negativen Wert.

Beispiel:

$$a \cdot a = a^2 \quad \text{entsprechend ist} \quad \sqrt{a^2} = a$$

aber auch

$$(-a) \cdot (-a) = a^2 \quad \text{oder} \quad \sqrt{a^2} = -a$$

In der Praxis ist oft klar, welche der beiden Lösungen nur in Frage kommt (eine Länge mit negativem Wert macht wohl keinen Sinn!), sonst gibt die Probe die Antwort.

Lösen Sie durch Umformen:

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{z} = 12 \quad | \quad \square$$

$$\textcircled{2} \quad x^3 = 8 \quad | \quad \square$$

$$\textcircled{3} \quad c^2 = 127^2 \quad | \quad \square$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \sqrt{z} &= 12 && | (\)^2 \\ (\sqrt{z})^2 &= 12^2 \\ z &= 144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad x^3 &= 8 && | \sqrt[3]{\ } \\ x &= \sqrt[3]{8} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad c^2 &= 127^2 && | \sqrt{\ } \\ c &= \sqrt{127^2} \\ c &= 127 \end{aligned}$$

Beachten Sie bei der Umformung von Gleichungen immer:

- Rechenoperationen **müssen** auf beiden Seiten der Gleichung durchgeführt werden!
- Versuchen Sie, die Variablen auf eine Seite und alle Zahlen auf die andere Seite des Gleichheitszeichens zu bringen, indem Sie erst alle Terme ausrechnen, die zusammengefasst werden können!

$$\begin{aligned} x + (5 - 3) &= 4 \cdot (25 - 16) \\ x + 2 &= 4 \cdot 9 \\ x + 2 &= 36 \\ \text{und dann die Variable isolieren:} \\ x &= 36 - 2 \\ x &= 34 \end{aligned}$$

- Machen Sie anschließend die Probe!

Hinweis:

Aus Gründen der Übersichtlichkeit hat es sich eingebürgert, die Variablen auf die *linke* Seite des Gleichheitszeichens zu bringen. Dies kann z.B. durch einfaches Vertauschen der Seiten geschehen, denn dadurch wird das Gleichgewicht der Gleichungen nicht verändert!

$$\begin{aligned} 5(9 - 4) &= y^2 \\ y^2 &= 5(9 - 4) \end{aligned}$$

Rechnen Sie aus:

$$\textcircled{1} \quad 4(a + 3) = 6^2 \quad | \quad \square$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{x}{6} - 25 = 8 \quad | \quad \square$$

- ③ Heimo Werkler legt sein Wohnzimmer mit Parkettfußboden aus. Während der Arbeit stellt er fest, dass er noch zwei Quadratmeter nachkaufen muss. Vorher überlegt er, wie viel ein Quadratmeter Parkett kostet. Er weiß nur noch, dass er für 30 m² 1.050,— € bezahlt hat. Helfen Sie ihm, rechnen Sie den Quadratmeter-Preis aus!

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad 4(a+3) = 6^2 \\ \quad 4a+12 = 36 \quad | -12 \\ \quad 4a+12-12 = 36-12 \\ \quad 4a = 24 \quad | :4 \\ \quad 4a:4 = 24:4 \\ \quad a = 6 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \textcircled{2} \quad \frac{x}{6} - 25 = 8 \quad | +25 \\ \quad \frac{x}{6} - 25 + 25 = 8 + 25 \\ \quad \frac{x}{6} = 33 \quad | \cdot 6 \\ \quad \frac{x \cdot 6}{6} = 33 \cdot 6 \\ \quad x = 198 \end{array}$$

- ③ Den gesuchten Wert für einen Quadratmeter bezeichnen wir mit x . Heimo hat für 30 m^2 1050 € bezahlt, also ergibt sich die Gleichung:

$$\begin{array}{l} 30 \cdot x = 1050 \quad | :30 \quad (\text{Aus Gründen der Übersichtlichkeit} \\ \quad x = \frac{1050}{30} \quad \text{lassen wir die Maßeinheiten weg.)} \\ \quad x = 35 \end{array}$$

Ein Quadratmeter Parkett kostet 35 € . Für zwei Quadratmeter, die er noch benötigt, muss er also 70 € ausgeben!

Nicht immer stehen bei Gleichungen die Variablen nur auf einer Seite:

$$16a = 6a + 20$$

Da auch Rechenoperationen mit Variablen Umformungen sind, können Sie die Variablen auf der linken Seite isolieren, indem Sie z.B. subtrahieren:

$$\begin{array}{l} 16a = 6a + 20 \\ 16a - \mathbf{6a} = 6a - \mathbf{6a} + 20 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Auf beiden Seiten wird } \mathbf{6a} \text{ subtrahiert!} \\ \text{Dadurch fällt die Variable auf der rechten} \\ \text{Seite weg} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10a = 20 \\ 10a : 10 = 20 : 10 \quad \longleftarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Wenn Sie sicher sind, können Sie diesen} \\ \text{Schritt weglassen!} \end{array}$$

$$a = 2$$

Rechnen Sie aus:

- ① $3c - 26 = 18 + c$
 ② $x^2 + x = 36 + x^2$

Achten Sie auf die Vorzeichen:

- ③ $m = 6(m - 5)$
 ④ $-z = 42 + z$