Lösungen von S. 11

a) $10^4 : 10^2 = 10^{4-2} = \underline{\underline{10^2}}$

c) $10^6 \cdot 10^4 = 10^{6-4} = \underline{\underline{10^2}}$

b) $3^7 : 3^4 = 3^{7-4} = \underline{\underline{3^3}}$

d) $4^6 \cdot 4^2 = 4^{6+2} = \underline{\underline{4^8}}$

Lernschritt

Ein Forscherteam hat auf einer Fläche von $2{,}1 \cdot 10^4$ Quadratmetern ($= 2{,}1 \cdot 10^4\ \text{m}^2$) die Pflanzen einer bestimmten Sorte ausgezählt. Sie haben $3{,}65 \cdot 10^6$ Pflanzen ermittelt. Wie viel sind das **pro m²?**

$$\text{Pflanzen pro m}^2 = \frac{\text{Anzahl Pflanzen}}{\text{Anzahl m}^2} = \frac{3{,}65 \cdot 10^6\ \text{Pfl.}}{2{,}1 \cdot 10^4\ \text{m}^2}$$

(Lassen Sie sich nicht von der Flächenangabe „$2{,}1 \cdot 10^4\ \text{m}^2$" verwirren – hier soll nichts zusätzlich multipliziert werden.
$2{,}1 \cdot 10^4\ \text{m}^2$ sind dasselbe wie $2{,}1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10\ \text{m}^2$)

- **Vorüberlegung**
Da wir „Pfl." durch „m²" dividieren, erhalten wir im Ergebnis $\frac{\text{Pfl.}}{\text{m}^2}$ (= Pflanzen pro m²)

$$= \frac{3{,}65 \cdot 10^6\ \text{Pfl.}}{2{,}1 \cdot 10^4\ \text{m}^2}$$

- **Ausrechnung**
Die Zahlen ohne Exponenten werden getrennt von den Potenzen ausgerechnet:

$$\frac{3{,}65}{2{,}1} \approx 1{,}74$$

(Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert.)

$$\approx 1{,}74 \cdot \frac{10^6}{10^4}\ \frac{\text{Pfl.}}{\text{m}^2}$$

$$= 1{,}74 \cdot 10^{6-4}\ \frac{\text{Pfl.}}{\text{m}^2}$$

$$= \underline{\underline{1{,}74 \cdot 10^2\ \frac{\text{Pfl.}}{\text{m}^2}}}$$

Auf dem Terrain befinden sich $1{,}74 \cdot 10^2$ Pflanzen pro m² – oder einfacher ausgedrückt: 174 Pflanzen pro m².

Übungen zum Lernschritt

Eine ähnliche Aufgabe:

In einem $1{,}6 \cdot 10^3\ \text{km}^2$ großen Gebiet leben $4{,}8 \cdot 10^5$ Menschen.
Wie groß ist hier die Bevölkerungsdichte pro km²?

Gesucht wird hier die Anzahl Menschen pro km², also erhalten wir im Ergebnis $\frac{\text{Menschen}}{\text{km}^2}$!

Ihr Ergebnis: In dem Gebiet beträgt die Bevölkerungsdichte

[ ] · [ ] Menschen pro km².

Division von Potenzen: Negative Exponenten

Lösungen von Seite 12

Um die Bevölkerungsdichte zu errechnen, muss die Anzahl der in dem Gebiet lebenden Menschen durch die Anzahl der Quadratkilometer geteilt werden:

$$\frac{4{,}8 \cdot 10^5 \text{ Menschen}}{1{,}6 \cdot 10^3 \text{ km}^2}$$

$$= \frac{4{,}8}{1{,}6} \cdot \frac{10^5}{10^3} \frac{\text{Menschen}}{\text{km}^2}$$

$$= 3 \cdot 10^{5-3} \frac{\text{Menschen}}{\text{km}^2} = \underline{\underline{3 \cdot 10^2 \text{ Menschen/km}^2}}$$

Ergebnis: Die Bevölkerungsdichte beträgt $3 \cdot 10^2 \frac{\text{Menschen}}{\text{km}^2} = 300 \frac{\text{Menschen}}{\text{km}^2}$

Lernschritt

Ein neues Problem: $\boxed{\frac{10^2}{10^4} = ?}$

Da bei dieser Divisionsaufgabe beide Potenzen die gleiche Basis haben, brauchen wir wieder nur den Exponenten des Nenners vom Exponenten des Zählers abzuziehen:

$$\frac{10^2}{10^4} = 10^{2-4}$$

Die Differenz der Exponenten sieht so aus: 2 – 4 = – 2, also heißt das Ergebnis:

$$= \underline{\underline{10^{-2}}} \quad \text{(lies: „10 hoch minus 2“)}$$

Was bedeutet die Zahl 10^{-2} ?
Das können wir herausbekommen, wenn wir die Divisionsaufgabe einmal ausführlich hinschreiben und dann ausrechnen:

$$\frac{10^2}{10^4} = \frac{10 \cdot 10}{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10} = \frac{\overset{1}{\cancel{10}} \cdot \overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{1}{\cancel{10}} \cdot \underset{1}{\cancel{10}} \cdot 10 \cdot 10}$$

$$= \frac{1}{10 \cdot 10} = \frac{1}{\underline{\underline{10^2}}} = \underline{\underline{10^{-2}}}$$

10^{-2} ist also lediglich eine andere Schreibweise für $\frac{1}{10^2}$

Zwei weitere Beispiele: $5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ $\qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Übungen zum Lernschritt

Formen Sie ebenso um !

1) a) $10^{-3} = \frac{1}{}$

b) $5^{-2} =$

c) $2^{-5} =$

2) a) $\frac{1}{10^4} = 10^{\square}$

b) $\frac{1}{6^2} =$

c) $\frac{1}{b^m} =$

Lösungen von Seite 29

A	B	A und B
Volljährigkeit erreicht	Deutscher Staatsangehöriger	Darf wählen
Ja (1) Nein (0) Ja (1) Nein (0)	Nein (0) Ja (1) Ja (1) Nein (0)	Nein (0) Nein (0) Ja (1) Nein (0)

Lernschritt

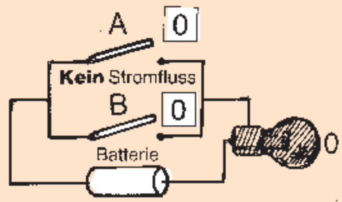
Die UND-Schaltung hat zwei Eingänge – genauer müsste man sagen: mindestens zwei Eingänge, denn es gibt auch UND-Schaltungen mit mehr als zwei Eingängen.

Nun betrachten wir eine Schaltung, mit der ebenfalls mindestens zwei Eingangswerte verarbeitet werden können, die sich aber von der UND-Schaltung unterscheidet:

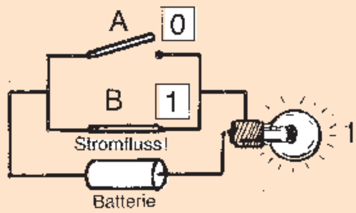
Auch bei dieser Schaltung hängt der Zustand des Lämpchens von den Stellungen der Schalter A, B ab. Die Schalter sind hier aber nicht hintereinander geschaltet, sondern „parallel geschaltet".

Es ergeben sich aus den möglichen Schalterstellungen wieder 4 Kombinationsmöglichkeiten:

	Schalter A	Schalter B	→	Lämpchen
1)	nicht gedrückt ↓ 0	nicht gedrückt ↓ 0		leuchtet nicht ↓ 0



	Schalter A	Schalter B	→	Lämpchen
2)	nicht gedrückt ↓ 0	gedrückt ↓ 1		leuchtet ↓ 1

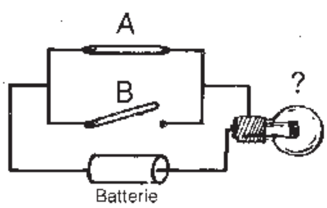


(Der Stromkreis wird durch Schalter B geschlossen.)

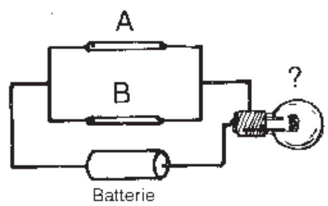
Übungen zum Lernschritt

Bitte vervollständigen Sie!

	Schalter A	Schalter B	→	Lämpchen
3)	gedrückt ↓ ________	nicht gedrückt ↓ ________		________ ↓ ________



	Schalter A	Schalter B	→	Lämpchen
4)	gedrückt ↓ ________	gedrückt ↓ ________		________ ↓ ________



Die ODER-Schaltung

1) 0 oder 0 → 0 (Lämpchen leuchtet nicht)
2) 0 oder 1 → 1 (Lämpchen leuchtet)
3) 1 oder 0 → 1 (Lämpchen leuchtet)
4) 1 oder 1 → 1 (Lämpchen leuchtet)

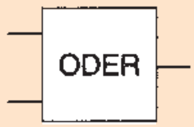
Das Lämpchen leuchtet bei dieser Schaltung also, wenn der eine ODER der andere Schalter gedrückt ist.

Diese Schaltung heißt deshalb auch **ODER-Schaltung.**

Wieder kann eine **Wahrheitstafel** erstellt werden:

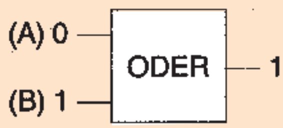
Eingang A	Eingang B	Ausgang A ODER B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Als Symbol für die **ODER**-Schaltung schreiben wir:



Links sind die beiden **Eingänge** . . .

. . . rechts ist der **Ausgang** erkennbar.



Bitte vervollständigen Sie!
Wann gibt's Licht?

Eingang A Glühlampe OK?	Eingang B Ersatzbirne vorhanden?	Ausgang A oder B Licht
Ja (1)	Nein (0)	Ja (1)
Nein ( )	Ja ( )	______ ( )
Nein ( )	Nein ( )	______ ( )